

## Una misura della costante di Planck

Grazie ad un progetto accolto dalla tua scuola hai avuto la possibilità di seguire delle lezioni sperimentali in un laboratorio universitario.

In una di queste lezioni è stato condotto un esperimento che ricalca quello con cui, nel 1916, Millikan ha verificato l'interpretazione di Einstein dell'*effetto fotoelettrico*.

L'apparato strumentale utilizzato da Millikan era simile a quello con cui P. Lenard effettuò le misure che lo portarono ad individuare le caratteristiche fondamentali dell'*effetto fotoelettrico* presentate in un lavoro pubblicato nel 1902.

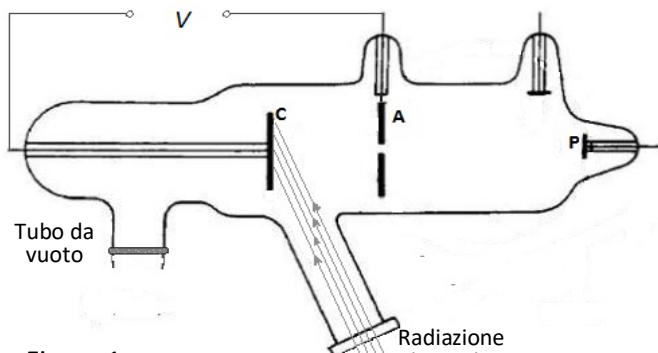


Figura 1

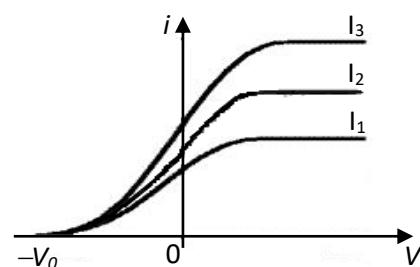


Figura 2

In tale apparato, schematizzato in Figura 1, luce ultravioletta penetra all'interno di un tubo in cui è stato fatto il vuoto e colpisce il catodo C portandolo ad emettere elettroni chiamati *fotoelettroni*. I fotoelettroni possono attraversare l'anodo A e raggiungere il piatto P connesso ad un elettrometro.

Tra anodo e catodo esiste una d.d.p.  $V$  che può essere variata: l'aumento della tensione  $V$  provoca un aumento della corrente fotoelettrica fino a farle raggiungere un valore di saturazione mentre quando  $V$  decresce fino ad essere invertita (il catodo diventa positivo rispetto all'anodo) si evidenzia una tensione  $V_0$ , detta *potenziale di arresto*, per cui la corrente si annulla.

La Figura 2 rappresenta l'andamento della corrente fotoelettrica  $i$  in funzione della d.d.p.  $V$  applicata per intensità crescenti  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  della luce incidente sul catodo. La Figura 3 rappresenta l'apparato strumentale con il quale hai partecipato all'esperimento che ha permesso di raccogliere i dati della TABELLA 1 in cui sono riportati i valori dei potenziali di arresto  $V_0$  misurati in corrispondenza delle diverse lunghezze d'onda  $\lambda$  della radiazione monocromatica utilizzata. Utilizzando i valori della TABELLA 1 viene costruito il GRAFICO 1 in cui è rappresentata l'energia cinetica massima con cui vengono emessi i fotoelettroni in funzione della frequenza della radiazione considerata.

TABELLA 1	
$\lambda$ (nm)	$V_0$ (V)
580	0,693
546	0,809
436	1,312
405	1,536
365	1,940

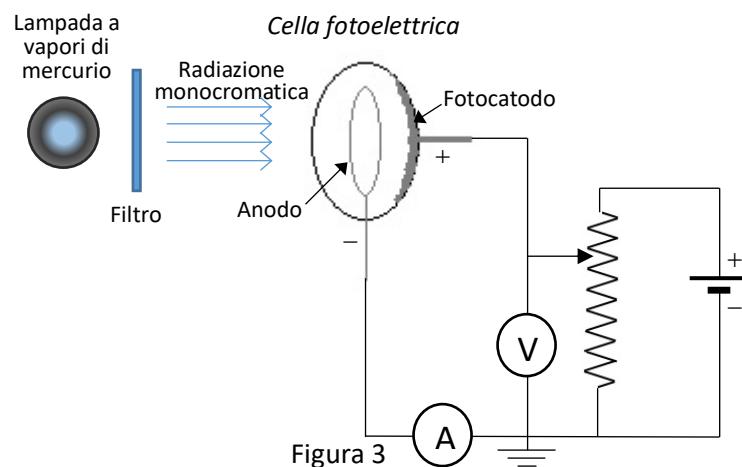
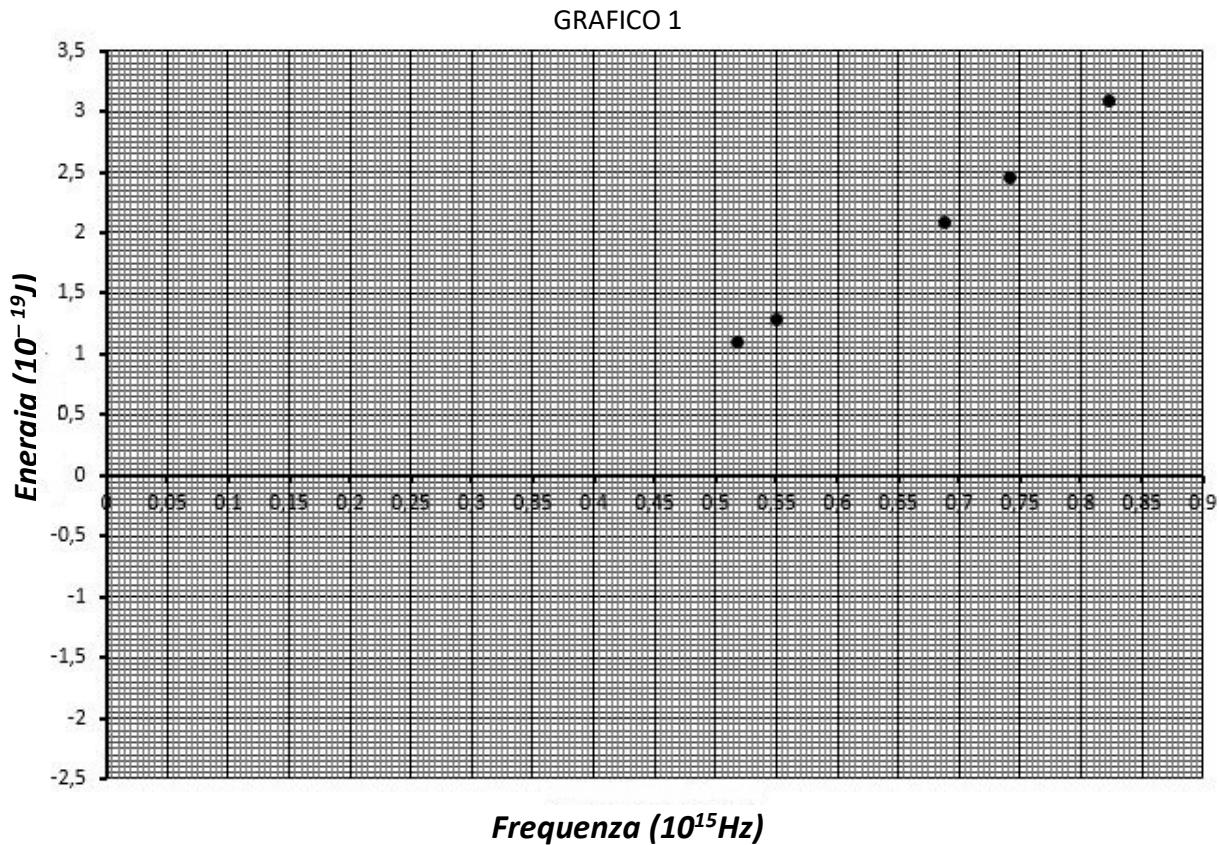


Figura 3



Con riferimento a quanto esposto, tenendo in considerazione i valori della carica  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$  e della massa  $m = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{kg}$  dell'elettrone:

1. Esamina la situazione fisica corrispondente all'esperimento di Millikan illustrato nelle figure 1 e 2 ed elenca le caratteristiche dell'*effetto fotoelettrico* non spiegabili mediante l'elettromagnetismo classico.
2. Descrivi l'interpretazione del fenomeno data da Einstein e la legge che lo regola da lui formulata.
3. Utilizzando il GRAFICO 1 effettua una stima del *potenziale di estrazione* e della *frequenza di soglia* del materiale di cui è costituito il fotocatodo, nonché del valore della *costante di Planck* calcolandone anche lo scarto percentuale dal valore oggi conosciuto  

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$$
4. Calcola il valore massimo della velocità raggiunta dai fotoelettroni prodotti durante l'esperimento ed esprimi sull'opportunità di dover considerare eventuali correzioni relativistiche.

## Soluzione

- La radiazione luminosa, investendo il catodo, cede la sua energia agli elettroni di conduzione presenti sulla superficie permettendo loro di acquistare l'energia sufficiente per vincere i legami interni e liberarsi dal materiale solido (*lavoro di estrazione*).

Quando la d.d.p.  $V$  applicata è positiva, cioè l'anodo si trova a potenziale più alto del catodo, gli elettroni emessi (*fotoelettroni*) vengono accelerati verso l'anodo, il circuito si chiude e si misura una corrente di intensità  $i$ .

Come confermato dal grafico di Figura 2, al crescere di  $V$ ,  $i$  cresce fino a raggiungere il valore massimo, detto *corrente di saturazione*, corrispondente alla situazione in cui tutti gli elettroni emessi dal catodo raggiungono l'anodo.

Cambiando la polarità di  $V$  si osserva che la fotocorrente non si annulla immediatamente, quindi gli elettroni, appena emessi, posseggono un'energia cinetica che permette loro di raggiungere l'anodo anche in presenza di un campo elettrico che si oppone al loro moto.

Esiste comunque un valore  $V_0$ , indipendente dall'intensità della radiazione luminosa e caratteristico di ogni materiale, in corrispondenza del quale non si osserva più passaggio di corrente. Questo valore  $V_0$ , moltiplicato per la carica  $e$  dell'elettrone, fornisce il valore della massima energia cinetica ( $E_{cin_{MAX}}$ ) con cui può essere emesso l'elettrone: infatti, in questa situazione, anche l'energia cinetica del fotoelettrone emesso con la massima velocità viene trasformata interamente in energia potenziale elettrica nel cammino tra catodo e anodo, il fotoelettrone si arresta e si interrompe il passaggio di corrente.

Le caratteristiche dell'*effetto fotoelettrico* non spiegabili mediante l'elettromagnetismo classico possono essere riassunte nelle seguenti:

- I. L'energia cinetica massima dei fotoelettroni dipende dalla frequenza della radiazione incidente sul catodo ma non dalla sua intensità.
  - II. Indipendentemente dall'intensità della radiazione, non si ha alcuna fotoemissione per frequenze della radiazione inferiori a una data frequenza di soglia  $\nu_0$ .
  - III. Anche se l'intensità della luce è molto bassa, la fotoemissione è istantanea con l'incidenza della radiazione sul catodo, purché la sua frequenza sia maggiore di  $\nu_0$ .
- Nel 1905 Einstein propose una spiegazione dell'*effetto fotoelettrico* utilizzando un nuovo modello "corpuscolare" della luce.

Partendo dal concetto di quantizzazione introdotto da Planck con la sua ipotesi sull'assorbimento di energia da parte degli oscillatori termici, Einstein pensò che anche la radiazione emessa da questi oscillatori dovesse essere quantizzata in "pacchetti" discreti, "quanti" di energia successivamente chiamati fotoni.

Quando un fotone penetra in un metallo, cede la sua energia  $h\nu$  ad un elettrone il quale lo assorbe per intero oppure non assorbe nulla. Se l'energia assorbita è maggiore del lavoro  $L_0$  necessario per liberarlo dalla superficie del materiale, l'elettrone emergerà con un'energia cinetica  $E_{cin}$  che, per la conservazione dell'energia, verifica l'uguaglianza  $h\nu = E_{cin} + L_0$ .

Nel caso ideale in cui possiamo considerare l'elettrone debolmente legato alla superficie del materiale, con perdite interne di energia trascurabili, allora l'elettrone emergerà con la massima energia cinetica  $E_{cin_{MAX}}$  e l'uguaglianza che esprime la conservazione dell'energia si identifica con la legge formulata da Einstein per l'*effetto fotoelettrico*:

$$h\nu = E_{cin_{MAX}} + L_0 \quad (1)$$

da cui

$$E_{cin_{MAX}} = h\nu - L_0 \quad (2)$$

Con l'interpretazione data da Einstein si spiegano gli aspetti del fenomeno non interpretabili classicamente:

- I. Col crescere dell'intensità della luce aumenta il numero di fotoni che colpiscono la superficie del materiale, si liberano un numero maggiore di elettroni e, quindi, aumenta l'intensità della photocorrente. Non aumenta però l'energia del singolo fotone in quanto essa dipende solo dalla frequenza ( $E = h\nu$ ) e quindi non varia l'energia cinetica massima  $E_{cin_{MAX}}$  con cui viene emesso l'elettrone la quale, in accordo con la (2), dipende in modo lineare dalla frequenza della radiazione incidente.
- II. Al di sotto di una certa frequenza  $\nu_0$  i fotoni non possiedono energia sufficiente a liberare gli elettroni dal metallo e quindi non si osserva alcun passaggio di corrente. La frequenza di soglia  $\nu_0$  corrisponde a quella del fotone avente energia pari al lavoro di estrazione, cioè al fotone che libera l'elettrone ma non gli permette di lasciare il catodo in quanto privo di energia cinetica.

Utilizzando la (1)  $h\nu_0 = 0 + L_0$  da cui  $\nu_0 = \frac{L_0}{h}$

- III. Poiché l'energia viene ceduta all'elettrone in un pacchetto unico, l'emissione degli elettroni, se avviene, è sempre istantanea.

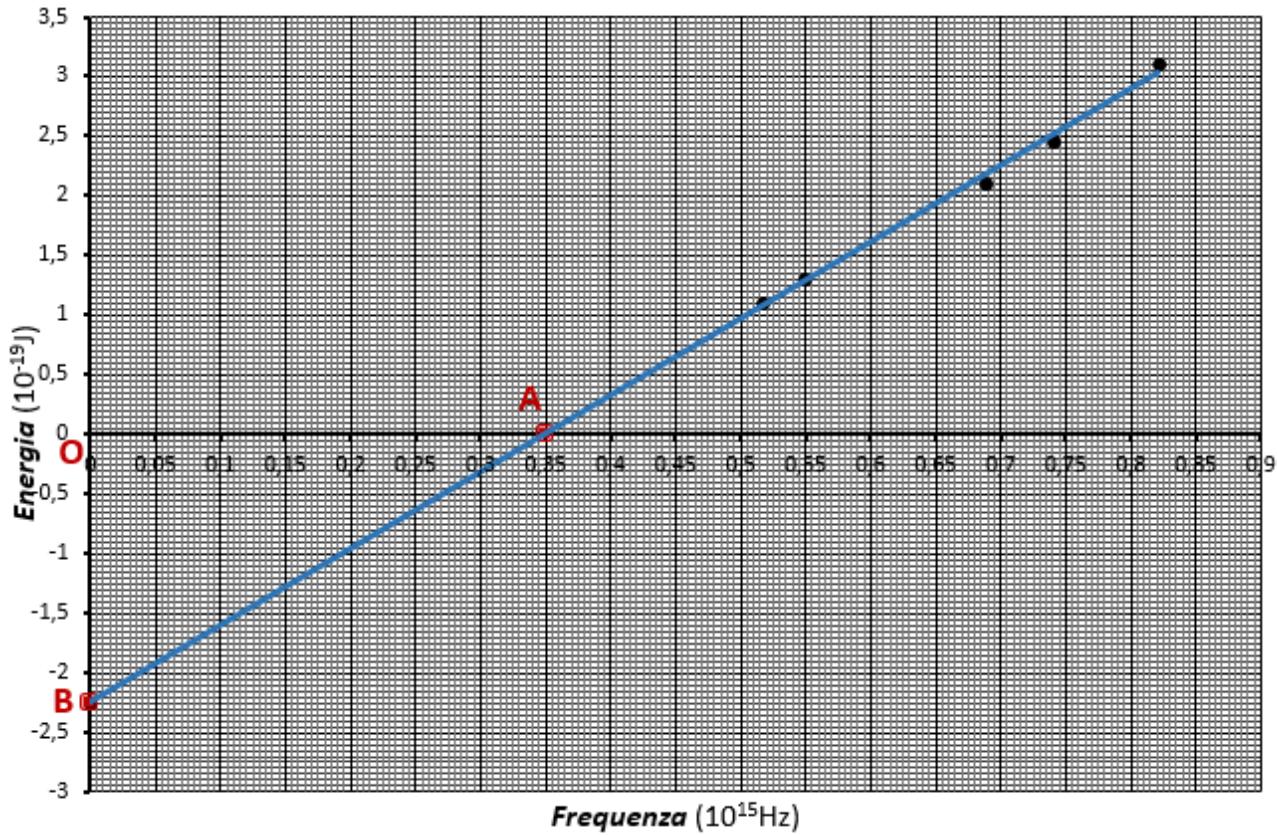
3. Utilizzando le relazioni:  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  e  $E_{cin_{MAX}} = eV_0$

con  $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$  velocità della luce nel vuoto ed  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$  valore assoluto della carica dell'elettrone, completiamo la TABELLA 1 calcolando così le coordinate dei punti rappresentati sul GRAFICO 1

$\lambda$ (nm)	$V_0$ (V)	$\nu$ (Hz)	$E_{cin_{MAX}}$ (J)	$\lambda$ (nm)
580	0,693	$0,517 \cdot 10^{15}$	$1,11 \cdot 10^{-19}$	580
546	0,809	$0,549 \cdot 10^{15}$	$1,29 \cdot 10^{-19}$	546
436	1,31	$0,688 \cdot 10^{15}$	$2,10 \cdot 10^{-19}$	436
405	1,54	$0,740 \cdot 10^{15}$	$2,46 \cdot 10^{-19}$	405
365	1,94	$0,821 \cdot 10^{15}$	$3,11 \cdot 10^{-19}$	365

Osservando il GRAFICO 1 possiamo notare che i punti sperimentali tendono a disporsi lungo una retta verificando così la legge di Einstein espressa nella forma (2):  $E_{cin_{MAX}} = h\nu - L_0$  dove  $h$  è

la costante di Planck e  $L_0$  è il *lavoro di estrazione* cioè il lavoro necessario per liberare l'elettrone dal



legame metallico. Tracciamo allora sul GRAFICO 1 la linea di tendenza e stimiamo i valori richiesti:

*frequenza di soglia*  $\nu_0$  = valore della frequenza corrispondente ad una energia cinetica nulla del fotoelettrone = ascissa del punto **A**  $\approx 0,35 \cdot 10^{15}$ Hz

*potenziale di estrazione* = d.d.p. corrispondente ad una energia assorbita dall'elettrone pari al lavoro di estrazione  $L_0$  = valore assoluto dell'ordinata del punto **B**  $\approx 2,25 \cdot 10^{-19}$  J

$$\text{potenziale di arresto} = \frac{L_0}{e} \approx \frac{2,25 \cdot 10^{-19} \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}} \approx 1,40 \text{V}$$

*costante di Planck stimata* =  $h_{\text{stim}}$  = pendenza della linea di tendenza

$$h_{\text{stim}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{L_0}{\nu_0} \approx \frac{2,25 \cdot 10^{-19} \text{J}}{0,35 \cdot 10^{15} \text{Hz}} \approx 6,43 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$\text{scarto percentuale} = \frac{|h_{\text{stim}} - h|}{h} \cdot 100 = \frac{|6,43 \cdot 10^{-34} - 6,626 \cdot 10^{-34}|}{6,626 \cdot 10^{-34}} \cdot 100 \approx 3\%$$

- La velocità massima raggiunta dai fotoelettroni prodotti durante l'esperimento è quella con cui emergono dal catodo gli elettroni che hanno assorbito l'energia corrispondente alla frequenza più alta delle radiazioni trattate che quindi lasciano il catodo con l'energia cinetica più alta.

Dai valori calcolati in precedenza ed inseriti in tabella osserviamo che  $3,11 \cdot 10^{-19}$  J è il valore di energia cinetica più alto assunto dai fotoelettroni.

Poiché  $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$ , ricaviamo:

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{cin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,11 \cdot 10^{-19} \text{J}}{9,108 \cdot 10^{-31} \text{kg}}} = 8,26 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Il valore trovato per  $v_{max}$ , essendo molto più piccolo di quello della velocità della luce (almeno 100 volte più piccolo) rende del tutto trascurabili eventuali correzioni relativistiche permettendo così una trattazione classica delle grandezze considerate.