

Nel 2200 il più moderno razzo vettore interplanetario costruito dall'uomo può raggiungere il 75,0 % della velocità della luce nel vuoto. Farai parte dell'equipaggio della missione che deve raggiungere un pianeta che orbita intorno alla stella Sirio, che dista 8,61 anni-luce e si avvicina con velocità di 7,63 km/s al sistema solare, effettuare ricerche lì per 2,00 anni e poi rientrare sulla Terra. Devi contribuire alla programmazione di tutti i dettagli della missione, come ad esempio le scorte di cibo e acqua; prendendo come istante di riferimento $t=0$ il momento della partenza dalla Terra, considerando che viaggerai sempre alla massima velocità possibile e trascurando tutti gli effetti dovuti alla accelerazione del moto nella fase di partenza e di arrivo, fatte tutte le ipotesi aggiuntive che ritieni necessarie, devi valutare:

- 1. quanto tempo durerà la missione per un osservatore sulla terra;**
- 2. quanto tempo durerà il viaggio di andata e quello di ritorno secondo i componenti dell'equipaggio;**
- 3. quanto tempo durerà complessivamente la missione secondo i componenti dell'equipaggio.**

Alcuni test effettuati nei laboratori della Terra sui componenti elettronici simili a quelli utilizzati sull'astronave, indicano che è necessario effettuare alcuni interventi di manutenzione sull'astronave. Dopo 1,00 anni dalla partenza (tempo terrestre) viene quindi inviato un segnale alla navicella. Quando il capitano riceve il segnale,

- 4. quanto tempo è trascorso sulla navicella dall'inizio del viaggio?**

Ricevuto il segnale, il capitano invia immediatamente la conferma alla Terra;

- 5. dopo quanto tempo dall'invio del segnale alla navicella la base terrestre riceve la conferma della ricezione?**

Durante il viaggio di andata, il ritardo nelle comunicazioni con l'astronave aumenta con l'aumentare della distanza; per illustrare al pubblico questo effetto

- 6. disegna su un piano cartesiano i grafici che mostrino rispetto al riferimento terrestre la distanza dalla Terra dell'astronave e dei due segnali di comunicazione, in funzione del tempo.**

Il responsabile della sicurezza della missione ti comunica una sua preoccupazione: teme che, a causa della contrazione relativistica delle lunghezze, il simbolo della flotta terrestre riportato sulla fusoliera del razzo, un cerchio, possa apparire deformato agli occhi delle guardie di frontiera, che potrebbero quindi non riconoscerlo, e lanciare un falso allarme. **Pensi che sia una preoccupazione fondata?**

- 7. Illustra le tue considerazioni in merito a questa preoccupazione e dai una risposta al responsabile della sicurezza, corredandola con argomenti quantitativi e proponendo una soluzione al problema.**

Soluzione

Indichiamo con t e Δt i tempi e gli intervalli di tempo misurati da un osservatore sulla terra e con t' e $\Delta t'$ quelli misurati dall'equipaggio della navicella.

La durata della missione è la somma della durata del viaggio di andata Δt_a ($\Delta t'_a$) del tempo trascorso su Sirio per effettuare le ricerche Δt_{sosta} ($\Delta t'_{\text{sosta}}$) della durata del ritorno Δt_r ($\Delta t'_r$).

Per un osservatore sulla terra, il viaggio di andata ha una durata pari a: $\Delta t_a = \frac{8,6}{0,75} = 11,6$ anni;

il tempo trascorso su Sirio per effettuare le ricerche è di due anni, cioè è eguale al tempo della sosta misurato dall'equipaggio in quanto la velocità di Sirio è trascurabile rispetto alla velocità della luce; il viaggio di ritorno ha una durata pari a quello di andata; pertanto la durata complessiva della missione t_{totale} è:

$$t_{\text{totale}} = \Delta t_a + \Delta t_{\text{sosta}} + \Delta t_r = 11,6 + 2,00 + 11,6 = 25,2 \text{ anni.}$$

Per i componenti dell'equipaggio, la durata del viaggio di andata e del viaggio di ritorno è:

$\Delta t'_a = \Delta t'_r = \frac{\Delta t_a}{\gamma} = \Delta t_a \sqrt{1 - \beta^2} = 11,6 \sqrt{1 - 0,75^2} = 7,67$ anni; il tempo trascorso per effettuare le ricerche $\Delta t'_{\text{sirio}} = 2,00$ anni. Il tempo totale della missione per i componenti dell'equipaggio risulta quindi:

$$t'_{\text{totale}} = \Delta t'_a + \Delta t'_{\text{sosta}} + \Delta t'_r = 7,67 + 2,00 + 7,67 = 17,3 \text{ anni.}$$

Nel sistema di riferimento della terra, l'evento "invio del segnale" avviene nel punto $x_0 = 0,00$ al tempo $t_0 = 1,00$ anni. Per le trasformazioni di Lorentz, nel sistema di riferimento della navicella lo stesso evento avviene nel punto di coordinate spazio-temporali $x'_0 = \gamma(x_0 - vt_0) = -\gamma vt_0 = -1,13$ anni – luce e al

tempo $t'_0 = \gamma(t_0 - \frac{vx_0}{c^2}) = \gamma t_0 = 1,51$ anni.

Per i componenti dell'equipaggio il segnale luminoso raggiungerà la navicella dopo un tempo:

$$\Delta t'_1 = \frac{|x'_0|}{c} = \frac{\gamma vt_0}{c} = 1,13 \text{ anni}$$

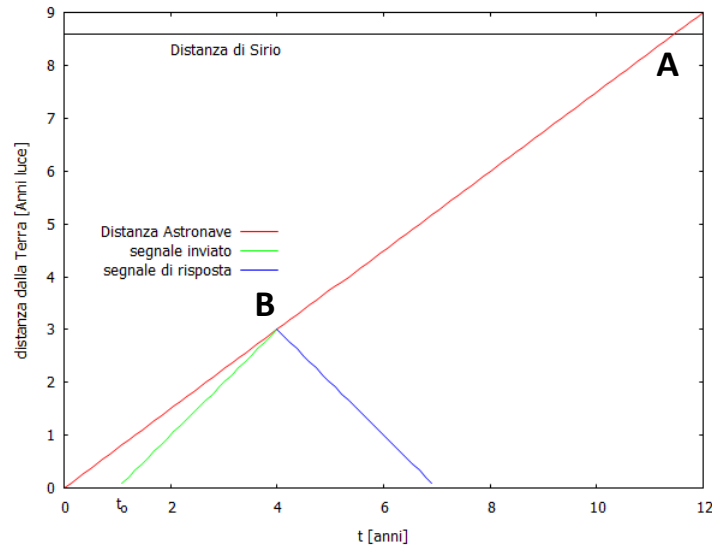
Il tempo totale trascorso per l'equipaggio sarà quindi:

$$t'_{\text{totale}} = t'_0 + \Delta t'_1 = \gamma t_0 + \frac{\gamma vt_0}{c} = \gamma(1 + \beta)t_0 = 2,64 \text{ anni.}$$

Per la base terrestre il segnale giunge alla navicella al tempo $t_{\text{totale}} = 4,00$ anni dopo l'inizio della missione,

infatti: $c(t_{\text{totale}} - t_0) = vt_{\text{totale}} \Rightarrow t_{\text{totale}} = \frac{c}{c - v} t_0 = 4,00$ anni

Impiega quindi 3,00 anni a raggiungere la navicella. Al tempo t_{totale} , la navicella si trova ad una distanza di 3,00 anni luce dalla Terra; per tornare indietro la risposta impiega quindi altri 3,00 anni e la base a Terra riceverà la conferma della ricezione 6,00 anni dopo l'invio del segnale.



Il grafico illustra al pubblico la tempistica della missione e dei due segnali; esso mostra la distanza astronave-Terra in funzione del tempo; la pendenza della retta è pari alla velocità dell'astronave. Il segnale inviato al tempo $t=t_0$ si allontana dalla Terra con velocità c . Il segnale inviato dall'astronave si avvicina alla Terra con velocità c . I punti di incrocio delle rette sono gli istanti in cui la navicella raggiunge Sirio (A) e l'istante in cui il segnale raggiunge la navicella (B) e riparte verso la terra.

La preoccupazione del responsabile della sicurezza è fondata, in quanto la contrazione di Lorentz avviene nella direzione longitudinale del moto e non in quella trasversale; il cerchio del simbolo della flotta appare più o meno deformato a seconda di come esso è orientato rispetto alla velocità del moto. Infatti un raggio del cerchio diretto come la velocità apparirà contratto del fattore relativistico $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,51$ mentre un raggio ad esso perpendicolare apparirà non contratto.

Per evitare la deformazione del cerchio occorre che la navicella diriga il suo moto sempre verso il posto di guardia della frontiera e che il piano che contiene il simbolo sia sempre perpendicolare alla direzione del moto della navicella in modo che tutti i raggi del simbolo siano perpendicolari al moto e non risentano della contrazione di Lorentz.