

Esperimento di Bertozzi

Negli anni tra il 1963-1964 il fisico W. Bertozzi con la sua equipe realizza un esperimento al MIT di Boston in cui verifica l'esistenza di una velocità limite, pari a quella della luce nel vuoto.

Secondo la fisica classica è possibile calcolare il lavoro richiesto per portare un corpo dalla quiete a una certa velocità, qualsiasi essa sia.

L'esperimento consiste nell'accelerare elettroni attraverso opportuni campi elettrici prodotti da un acceleratore di Van de Graaff e da un acceleratore lineare a radiofrequenza (LINAC). Avendo gli elettroni una massa molto piccola sono sufficienti campi elettrici non troppo elevati per ottenere elevate velocità. Il fascio di elettroni è prodotto da un catodo caldo, ad intervalli di 3 ns e viene accelerato dall'acceleratore di Van de Graaff attraverso differenze di potenziale massime di 1,5 milioni di volt.

Gli elettroni, usciti dall'acceleratore di Van de Graaff, attraversano un tubicino metallico posto in A (vedi Figura 1) nel quale inducono un impulso di corrente che viene inviato all'oscilloscopio (vedi Fig. 1 e 2). Il tragitto da A a B è lungo 8,40 m ed è privo di aria e di campi elettrici che possano modificare la velocità degli elettroni (l'acceleratore LINAC viene spento nelle prime tre misure). Arrivati in B gli elettroni urtano un disco di alluminio nel quale provocano un impulso di corrente che viene inviato anch'esso all'oscilloscopio. Sull'oscilloscopio la distanza tra i due impulsi dà la misura del tempo impiegato dagli elettroni per andare da A a B e quindi nota la distanza AB, è possibile calcolare la loro velocità. Ogni quadretto del reticolo dell'oscilloscopio (divisione) corrisponde ad un tempo di circa $0,98 \cdot 10^{-8} s$.

<http://giulioannovi.altervista.org/fisica/quinta/Energia%20cinetica%20relativistica.pdf>

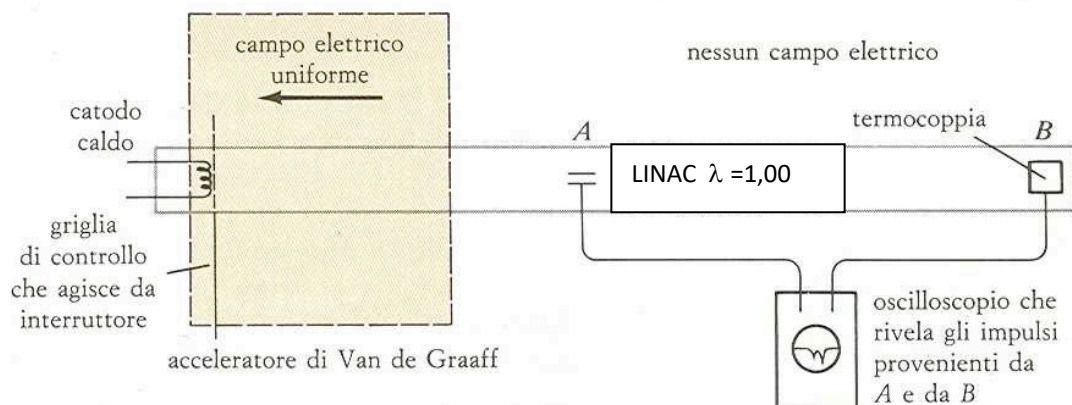


Figura 1

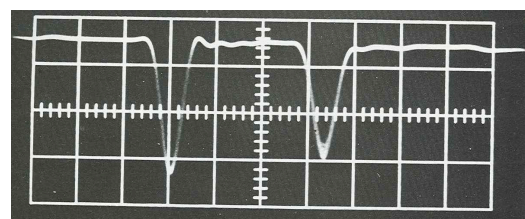


Figura 2 Impulsi provenienti da A e da B

Sperimentalmente si ottengono i seguenti valori leggendo sull'oscilloscopio la distanza tra i due impulsi a seconda della differenza di potenziale applicata dall'acceleratore agli elettroni (vedi Tabella 1).

Differenza Potenziale $(10^6 V)$	0,5	1,0	1,5
N° divisioni tra i due impulsi	3,30	3,10	2,95

Tabella 1

Volendo aumentare l'energia degli elettroni si usa un acceleratore lineare (LINAC) presente nel primo metro successivo al punto A, nel quale gli elettroni vengono accelerati da ulteriori 3,0 milioni di volt.

Infine per assicurarsi che l'energia spesa per produrre il campo elettrico sia effettivamente fornita agli elettroni, si misura nel punto B, attraverso una termocoppia il calore prodotto dagli elettroni e attraverso un misuratore di cariche, la carica incidente sul disco B. I risultati ottenuti per due differenze di potenziale sono (vedi Tabella 2):

Differenza Potenziale $(10^6 V)$	1,5	4,5
Energia del fascio in B (J)	10,0	29,2
Carica del fascio in B (μC)	6,1	6,1

Tabella 2

Dopo questa breve esposizione dell'esperimento ti vogliamo chiedere di trarre delle conclusioni usando i dati forniti. Ti facciamo quindi le seguenti richieste:

- Calcola il lavoro che è stato compiuto sugli elettroni in MeV e in joule (J) nei tre casi su esposti (0,5 – 1,0 e 1,5 milioni di volt) e la velocità che avrebbero secondo la fisica classica nel caso che tale lavoro sia servito unicamente per l'aumento dell'energia cinetica degli elettroni.
- Utilizzando i dati presenti nella Tabella 1, determina la velocità effettiva degli elettroni quando arrivano nel punto B.
- Rappresenta in un piano cartesiano $\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$, dove c è la velocità della luce nel vuoto, in funzione del lavoro W compiuto dal campo elettrico nell'acceleratore, sia per i valori previsti dal modello classico che per i valori misurati nell'esperimento.
- Quale modello fisico puoi usare per interpolare i dati sperimentali relativi a $\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$ in funzione del lavoro W compiuto dal campo elettrico nell'acceleratore?
- Verifica, nei casi di 1,5 e 4,5 milioni di volt, che l'energia cinetica posseduta dagli elettroni quando arrivano in B non è inferiore di quella fornita dall'acceleratore.

Soluzione

- a. Applicando una differenza di potenziale di 1,0 V ad un elettrone, il campo elettrico compie un lavoro sugli elettroni pari a $W = e\Delta V = 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ valore che corrisponde ad 1,0 eV. Nell'ipotesi che il lavoro compiuto serva esclusivamente per fornire energia cinetica agli elettroni allora possiamo scrivere che: $e\Delta V = \frac{1}{2} m_0 v^2$ e quindi ricavare

la velocità degli elettroni con la formula: $v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_0}}$. In base a quanto detto possiamo

determinare i seguenti valori presenti in Tabella 3. Dai valori ottenuti è facile verificare che gli elettroni dovrebbero, secondo la fisica classica, già superare la velocità della luce nel vuoto per differenze di potenziale di 0,5 milioni di volt.

$\Delta V (10^6 \text{ V})$	0,5	1,0	1,5
W (MeV)	0,5	1,0	1,5
W(10^{-14} J)	8,0	16,0	24,0
v(10^8 m/s)	4,2	5,9	7,3

Tabella 3

- b. Per determinare la velocità effettiva degli elettroni possiamo dividere lo spazio percorso AB a velocità costante dagli elettroni. Usando i dati della Tabella 1 abbiamo che il tempo per percorrere lo spazio AB di 8,40 m, quando è applicata una differenza di potenziale di 0,5 milioni di volt è di $3,3 \text{ div} \cdot 0,98 \cdot 10^{-8} \text{ s/div} = 3,23 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, da cui deriva una velocità di $2,60 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ nettamente inferiore al valore teorico previsto dalla fisica classica. Analogamente procediamo per gli altri due valori e otteniamo i valori indicati nella Tabella 4:

$\Delta V (10^6 \text{ V})$	0,5	1,0	1,5
$\Delta t (10^{-8} \text{ s})$	3,23	3,04	2,89
v(10^8 m/s)	2,60	2,76	2,91

Tabella 4

Da questi dati, come poi si vedrà ancora meglio nel grafico, si nota come l'incremento della velocità non sia costante a parità di incremento di differenza di potenziale fornita.

- c. Rappresentiamo nella Tabella 5 i valori richiesti:

W(MeV)	0,5	1,0	1,5
$\frac{v^2}{c^2}$ dati sperimentali	0,75	0,85	0,94
$\frac{v^2}{c^2}$ dati teorici fisica classica	1,96	3,87	5,92

Tabella 5

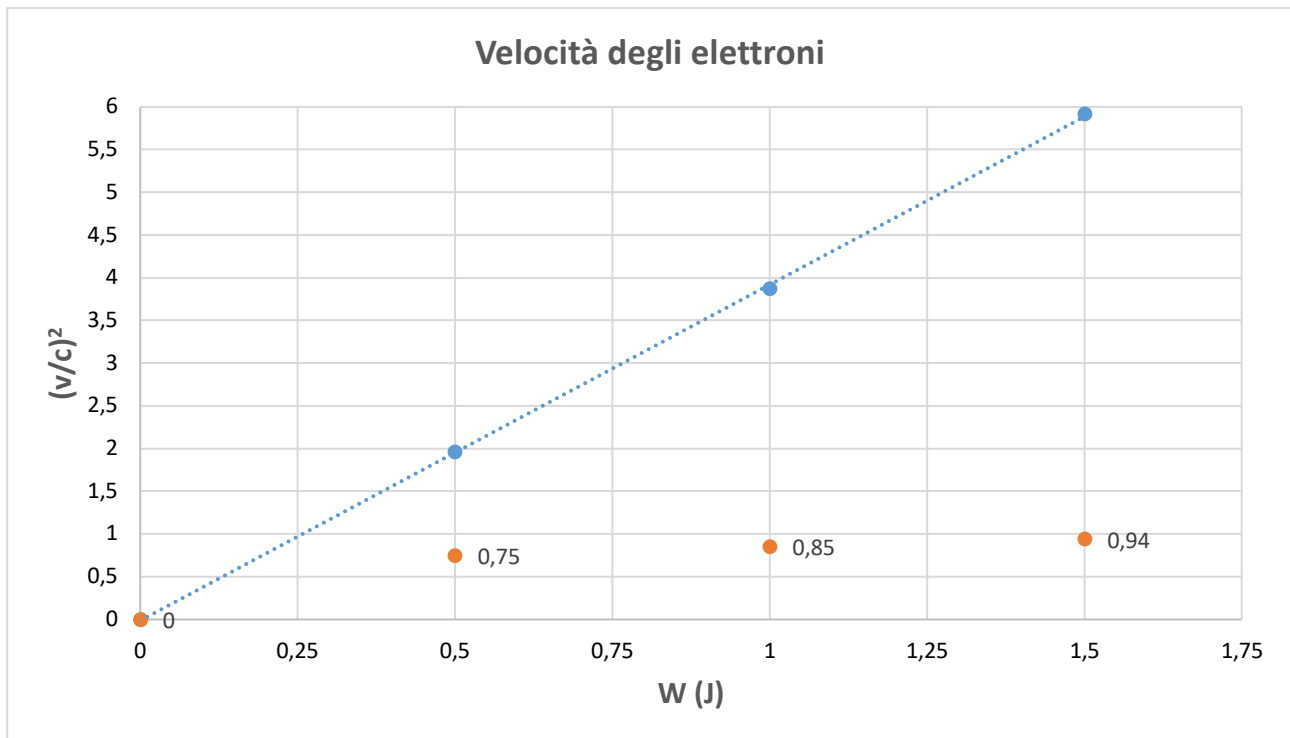


Grafico1: velocità elettroni secondo modello classico e dati sperimentali.

- d. La fisica classica prevede una relazione di diretta proporzionalità tra il lavoro W compiuto sugli elettroni e la velocità al quadrato degli elettroni, infatti:

$$W = \frac{1}{2} m_0 v^2 \rightarrow \frac{W}{v^2} = \frac{1}{2} m_0 \rightarrow \frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{W} = \frac{2}{m_0 c^2} = 3,91 \text{ MeV}^{-1} \text{ coefficiente angolare della retta del grafico 1.}$$

I dati sperimentali fanno invece capire che non esiste una diretta proporzionalità tra la velocità al quadrato degli elettroni e il lavoro compiuto e che inoltre la velocità ha un limite che sembra essere quello della luce nel vuoto a cui tende asintoticamente. E' possibile verificare che la relazione relativistica

$$W = K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \text{ approssima i dati sperimentali, anche se con i dati a}$$

disposizione non siamo in grado di calcolare le incertezze dei dati sperimentali, possiamo verificare che l'andamento dei dati segue quello teorico previsto dalla teoria della Relatività.

W(MeV)	0,5	1,0	1,5
$\frac{v^2}{c^2}$ dati sperimentali	0,75	0,85	0,94
$\frac{v^2}{c^2}$ dati teorici Relatività	0,75	0,87	0,94

Tabella 6

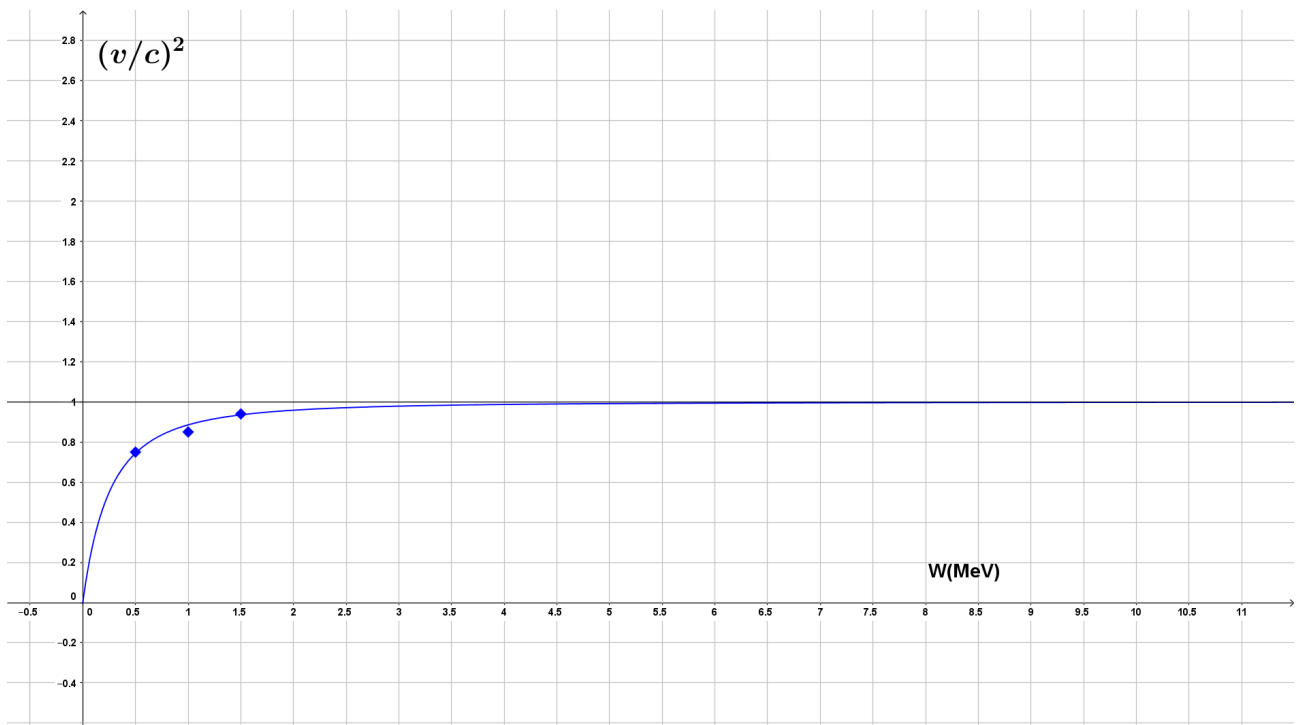


Grafico2: velocità elettroni secondo modello relativistico e dati sperimentali

- e. Verifichiamo nei casi di 1,5 e 4,5 milioni di volt se l'energia posseduta dagli elettroni quando arrivano in B non è inferiore di quella fornita dall'acceleratore o se invece ne è stata persa.

Nel caso di 1,5 MeV nel punto B viene misurata un'energia di circa 10,0 J associata ad una quantità di carica di 6,1 μC , che equivalgono a:

$$\frac{10,0 \text{ J}}{6,1 \cdot 10^{-6} \text{ C}} = 1,6 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1,6 \cdot 10^6 \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,6 \text{ MeV/elettrone}$$

ovvero, a parte gli errori sperimentali, possiamo affermare che tutta l'energia fornita dalla macchina acceleratrice è stata fornita agli elettroni. L'errore del circa 7% in eccesso, anche fosse stato ottenuto in difetto non avrebbe potuto spiegare le velocità così basse rispetto al modello classico.

Nel caso di 4,5 MeV nel punto B la quantità di energia termica misurata è circa il triplo (29,2 J) esattamente come il rapporto tra 4,5 e 1,5 MeV, corrispondente a 4,8 MeV/elettrone.

Concludendo, possiamo affermare che gli elettroni non hanno raggiunto velocità maggiori di quella della luce, non perché si sia persa dell'energia all'interno dell'acceleratore, ma perché la velocità della luce nel vuoto costituisce una velocità limite sia per le particelle che per le interazioni, come già previsto nella teoria della Relatività di Einstein.