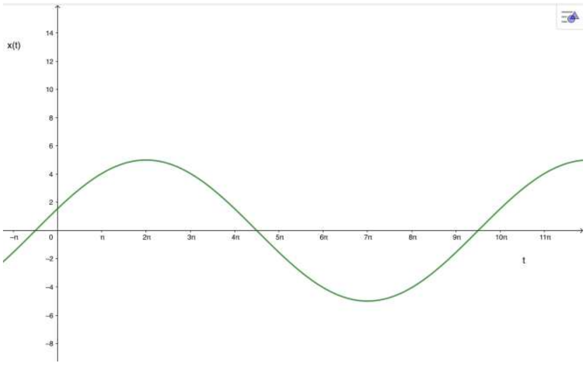
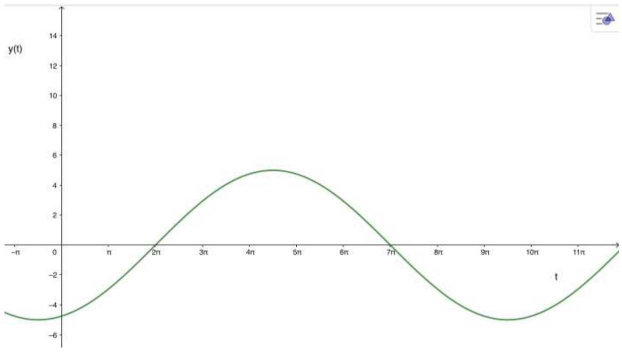
PROBLEMA Gruppo 3°

Moto di un elettrone in un campo magnetico

1. Osservando i due grafici, individua tra le seguenti opzioni tre opzioni, la coppia di funzioni corrispondente. Motiva opportunamente la tua scelta.





a. $\begin{cases} x(t) = 5cos(10t - 2\pi) \\ y(t) = 5sen(10t - 2\pi) \end{cases}$

b. $\begin{cases} x(t) = 5cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \\ y(t) = 5sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases}$

c. $\begin{cases} x(t) = 5cos\left(\frac{t}{5} + \frac{2}{5}\pi\right) \\ y(t) = 5sen\left(\frac{t}{5} + \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases}$

La coppia individuata $(x(t), y(t))$ rappresenta la posizione di un punto nel piano al tempo t, dove lo spazio viene misurato in *cm* e il tempo in *ns*. Verifica che la curva descritta dal punto è una circonferenza Γ di raggio $\mathbf{5,00}\ \boldsymbol{cm}$ e centro nell'origine O di un sistema di riferimento xOy.

2. Determina le componenti della velocità e dell'accelerazione con le unità di misura del S.I., tenendo conto che il tempo è espresso in ns. Dimostra che velocità e accelerazione sono tra loro perpendicolari e giustifica che si tratta di un moto circolare uniforme.

3. Il moto descritto nei punti precedenti è quello di un elettrone immerso in un campo magnetico $\vec{B}$. Determina direzione e verso di tale campo e calcolane il modulo.

Esempio di apparato sperimentale utilizzato per studiare il moto di un elettrone in un campo magnetico

4. Esprimi il raggio della traiettoria in funzione della quantità di moto dell'elettrone nel sistema di riferimento solidale al laboratorio.
   A partire da questa espressione, esprimi il raggio di curvatura in termini relativistici, sostituendo alla quantità di moto classica la corrispondente espressione relativistica. Studia in tale caso l'andamento del raggio in funzione del modulo della velocità dell'elettrone e tracciane il grafico. Interpreta fisicamente il significato dell'asintoto verticale.

5. Un'astronave si muove parallelamente all'asse x con velocità $\boldsymbol{v} = \mathbf{0{,}8}\boldsymbol{c}$.Ricava e rappresenta la traiettoria Γdescritta dall'elettrone vista dall'astronauta, discutendo il fenomeno fisico preso in esame.

NOTE: $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} C$; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31} kg$.

SOLUZIONI DEL PROBLEMA

1. La coppia corretta è la b. Lo studente deve saper calcolare il periodo della funzione $(T = 10\pi)$ e saper valutare il verso della traslazione lungo l'asse x.

$$\begin{cases} x(t) = 5cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \\ y(t) = 5sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x'(t) = -sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \\ y'(t) = cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases} ; \begin{cases} x''(t) = -\frac{1}{5}cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \\ y''(t) = -\frac{1}{5}sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases}$$

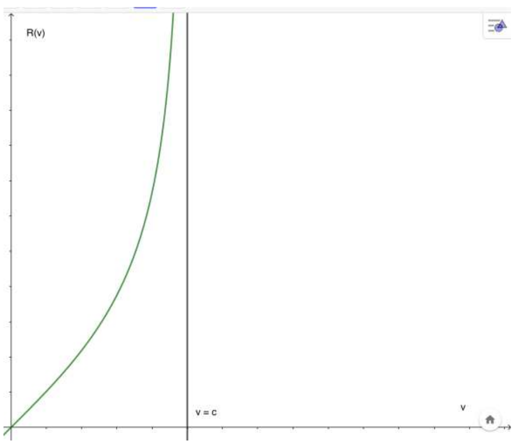
$$\vec{v} \cdot \vec{a} = x'(t) \cdot x''(t) + y'(t) \cdot y''(t) =$$

$$-sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right)\right) + cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right)\right) = 0$$

$$|\vec{v}| = 1 \cdot 10^7 m/s\,; \qquad |\vec{a}| = \frac{1}{5} \cdot 10^{16} m/s^2$$

3. Il campo magnetico $\vec{B}$ deve essere uniforme, perpendicolare e uscente dal piano che contiene la circonferenza. $\left|\vec{B}\right| = \frac{m \cdot v}{q \cdot R} = 1{,}14 mT$

4. $R(v) = \frac{m \cdot v}{q \cdot B\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{5 \cdot 10^{-9} v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$



Quando la velocità tende a *c*, il raggio tende all'infinito e quindi la carica non può rimanere confinata in una circonferenza e la traiettoria diventa una circonferenza degenere, ovvero una retta.

5.

$$\begin{cases} x(t) = 5cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right)\sqrt{1 - (0{,}8)^2} \\ y(t) = 5sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = 3cos\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \\ y(t) = 5sen\left(\frac{t}{5} - \frac{2}{5}\pi\right) \end{cases} ; \text{ equazione dell'ellisse: } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

La circonferenza diventa un'ellisse a causa della contrazione del raggio lungo l'asse x.

Indicatori	Evidenze
Esaminare il contesto proposto formulando le ipotesi esplicative attraverso modelli o analogie o leggi	1. Individuare la coppia di funzioni corrispondente (Q1) 2. Illustrare le caratteristiche di tale campo. Calcolare il modulo (Q2) 3. Conoscere l'espressione per la quantità di moto relativistica (Q4) 4.Riconoscere la contrazione della lunghezza (Q5)
Formalizzare situazioni problematiche e applicare gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la loro risoluzione, eseguendo i calcoli necessari	1. Osservare i due grafici (Q1) 2. Calcolare il modulo (Q3) 3. Trovare il raggio della traiettoria (Q4) 4. Studiare l'andamento del raggio (Q4) 5. Ricavare e rappresentare la traiettoria descritta (Q5)
Interpretare e/o elaborare i dati proposti, anche di natura sperimentale, verificandone la pertinenza al modello scelto. Rappresentare e collegare i dati adoperando i necessari codici grafico-simbolici	1. Verificare che la curva descritta dal punto è una circonferenza (Q1) 2. Determinare le componenti della velocità e dell'accelerazione e la loro perpendicolarità (Q2) 3. Tracciare il grafico (Q4)
Descrivere il processo risolutivo adottato e comunicare i risultati ottenuti valutandone la coerenza con la situazione problematica proposta	1.Motivare opportunamente la scelta (Q1) 2. Dimostrare che le due grandezze sono tra loro perpendicolari (Q2) 3. Giustificare che si tratta di un moto circolare uniforme (Q2) 3. Interpretare fisicamente l'asintoto (Q4)