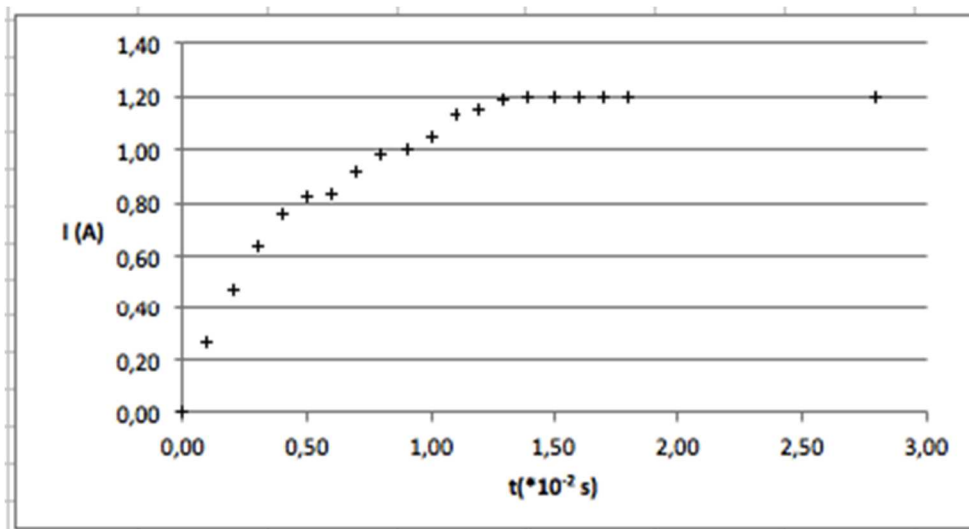


Problema Gruppo 2c

Chiudi e apri

Considera un circuito induttivo in corrente continua con resistenza R , induttanza L e f.e.m. $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$. Il circuito, inizialmente aperto, viene chiuso al tempo $t = 0 \text{ s}$.



t(s)	I(A)
0,000	0,00
0,001	0,27
0,002	0,47
0,003	0,63
0,004	0,76
0,005	0,82
0,006	0,83
0,007	0,92
0,008	0,98
0,009	1,00
0,010	1,05
0,011	1,13
0,012	1,15
0,013	1,19
0,014	1,20
0,015	1,20
0,016	1,20
0,017	1,20
0,018	1,20
0,028	1,20

1. Alla chiusura del circuito sono registrati i valori di intensità di corrente in funzione del tempo riportati in tabella e nel grafico associato. Utilizzando le tue conoscenze teoriche, giustifica il comportamento della corrente in funzione del tempo. Una volta raggiunto il regime stazionario, quale andamento della corrente ti aspetti al momento in cui il circuito verrà aperto?
2. Individua quale tra le seguenti funzioni è quella che meglio descrive l'andamento sperimentale dell'intensità di corrente per $t \geq 0$, fornendo una motivazione della scelta
 $f_1(t) = Ae^{-bt}$; $f_2(t) = A(1 - e^{-bt})$; $f_3(t) = A \ln(1 + bt)$ con $A, b > 0$
3. Detta $f(t)$ la funzione scelta tra le tre precedenti, determina il valore numerico di A . Determina poi il valore di b per il quale la funzione corrisponde ai precedenti valori del grafico³. Determina infine il valore della resistenza R e dell'induttanza L in corrispondenza ai valori trovati di A e b .⁴
4. Rappresenta graficamente e/o descrivi come si possa ottenere il grafico della funzione $f(t)$,⁵ a partire da una opportuna funzione elementare, utilizzando trasformazioni geometriche, quali riflessioni, traslazioni e dilatazioni.

- Utilizzando l'espressione analitica di $f(t)$, determina il valor medio della intensità di corrente nell'intervallo $0 \leq t \leq 0,01 \text{ s}$, successivamente calcola l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 0.
- Calcola l'area S della regione di piano compresa tra l'asse y , l'asintoto orizzontale e il grafico di $f(t)$. In che modo questa area è legata all'energia immagazzinata nel sistema?

Soluzione

1. Un circuito Induttivo può essere considerato "inerziale rispetto alla corrente", ovvero tende a opporsi alla variazione della corrente. Quando il circuito viene chiuso, c'è una variazione di corrente, di conseguenza variano il campo magnetico B e il flusso di B . Nel circuito si genera una forza elettromotrice indotta, Fem_i , che tende ad annullare la variazione di flusso di B attraverso il circuito, secondo la legge di Faraday- Neumann Lenz :

$$|Fem_i| = \frac{d\Phi(B)}{dt} = \frac{d\Phi(B)}{dI(t)} \frac{dI(t)}{dt} = L \frac{dI(t)}{dt}$$

Quindi la Fem_i indotta dipende linearmente dalla variazione della corrente nel tempo. Dai dati deduciamo che il fenomeno transitorio ha una durata di circa 0.014 secondi. Dopo tale intervallo di tempo la corrente si stabilizza al suo valore di regime I .

All'apertura del circuito avviene lo stesso fenomeno con la differenza che la diminuzione di corrente provoca una corrente Indotta che circola nello stesso verso di quella che si aveva a regime.

2.

$$f_1(t) = Ae^{-bt}; \quad f_2(t) = A(1 - e^{-bt}); \quad f_3(t) = A \ln(1 + bt) \text{ con } A, b > 0$$

- f_1 non passa per l'origine, $f_1(0) = A$; inoltre f_1 ha come asintoto orizzontale la retta $y = 0$. La funzione, di fatto, caratterizza l'apertura del circuito RL.
- f_3 passa per l'origine ma non ha il giusto andamento per $t \rightarrow \infty$; infatti non ha asintoto orizzontale.
- f_2 ha il giusto andamento per $t = 0$ e $t \rightarrow \infty$, è crescente e non ha flessi.

3.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = A \Rightarrow A = 1.2$$

con semplici passaggi si trova che: $b = \frac{1}{t} \ln \left(1 - \frac{f(t)}{A} \right)$. Usando, ad esempio, la seconda coppia di dati, si ottiene

$$b = 2.5 \cdot 10^2$$

A regime, in un circuito a corrente continua, l'induttanza L del circuito non influisce sul valore della corrente e il circuito diventa puramente resistivo. Quindi $I = \frac{\varepsilon}{R}$, con ε valore della f.e.m. data e R da determinare. Risulta: $R = 10 \Omega$.

In un circuito RL, la costante di tempo del circuito, $\tau = \frac{L}{R}$ ed essendo $b = \frac{1}{\tau}$ si ha: $L = 4.0 \cdot 10^{-2} H$

4. Prendiamo come funzione di riferimento $y = e^t$, ad essa si applica una riflessione rispetto all'asse verticale; una dilatazione orizzontale del rapporto $(1/b)$; successivamente una riflessione rispetto all'asse t ; una traslazione di vettore $(0,1)$; e, infine, una dilatazione verticale di rapporto A .

5. Per determinare il valore medio della corrente è sufficiente applicare il teorema della media nell'intervallo indicato alla funzione $f(t)$ e si ottiene:

$$I_m = \frac{1}{0.01} A \int_0^{0.01} [(1 - e^{-bx})] dx = \frac{1}{0.01} \left[Ax + \frac{A}{b} e^{-bx} \right]_0^{0.01} \approx 0.76 A$$

L'equazione della retta tangente in $t = 0$ è: $y = Abt = 300t$

6. L'area richiesta si calcola mediante un integrale improprio:

$$S = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t [A - (A - Ae^{-bx})] dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[-\frac{A}{b} e^{-bx} \right]_0^t = \frac{A}{b} = 4.8 \cdot 10^{-3}$$

L'integrale della funzione intensità di corrente $I(t)$ in un intervallo di tempo Δt rappresenta la carica che attraversa il circuito in quell'intervallo di tempo. In un circuito ideale, puramente Ohmico, il valore della corrente andrebbe immediatamente a regime sul valore di $I_0 = 1.2 A$. Sempre in questo caso, il valore della carica che attraversa il circuito nell'intervallo Δt è l'area del rettangolo $I_0 \Delta t$ e l'energia che serve per trasportarla è $E = \varepsilon I_0 \Delta t$.

Nel caso di un circuito RL, l'energia fornita dal generatore che viene immagazzinata nell'induttanza, E_L , è proporzionale all'area calcolata:

$$E_L = \varepsilon S = \varepsilon \int_0^{+\infty} [A - (A - Ae^{-bx})] dx = 4.8 \cdot 10^{-3} \cdot 12V \approx 5.8 \cdot 10^{-2} V$$

Questa energia verrà restituita al momento dell'apertura del circuito (extracorrente di apertura).

Griglia sintetica

Punto	Analizzare	Sviluppare	Interpretare	Argomentare
1	x			x
2			x	x
3	x	x		
4			x	
5		x	x	
6		x	x	x

Punti dei quadri di riferimento relativi alle richieste del problema.

Matematica:

Individuare le caratteristiche fondamentali e i parametri caratteristici delle progressioni aritmetiche e geometriche e delle funzioni polinomiali, lineari a tratti, razionali fratte, circolari, esponenziali e logaritmiche, modulo e loro composizioni semplici.

Discutere l'esistenza e determinare il valore del limite di una funzione, in particolare i limiti, per x che tende a 0, di $\sin(x)/x$, $(e^x-1)/x$ e limiti ad essi riconducibili.

Applicare simmetrie, traslazioni e dilatazioni riconoscendone i rispettivi invarianti. [SEP]

A partire dall'espressione analitica di una funzione, individuare le caratteristiche salienti del suo grafico e viceversa; a partire dal grafico di una funzione, tracciare i grafici di funzioni correlate: l'inversa (se esiste), la reciproca, il modulo, o altre funzioni ottenute con trasformazioni geometriche. [SEP]

Determinare primitive di funzioni utilizzando integrali immediati, integrazione per sostituzione o per parti. [SEP]

Analizzare la distribuzione di una variabile casuale o di un insieme di dati e determinarne valori di sintesi, quali media, mediana, deviazione standard, varianza.

Interpretare geometricamente l'integrale definito e applicarlo al calcolo di aree. [SEP]

Fisica:

Descrivere e interpretare fenomeni di induzione elettromagnetica e ricavare correnti e forze elettromotrici indotte. [SEP]

Rappresentare, anche graficamente, il valore di una grandezza fisica e la sua incertezza nelle unità di misura appropriate. Rappresentare e interpretare, tramite un grafico, la relazione tra due grandezze fisiche.

Mettere in relazione la variazione di energia cinetica, di energia potenziale e di energia meccanica con il lavoro fatto dalle forze agenti. [SEP]

Indicatori	Live llo	Descrittori	Punti	Evidenze	Punteggi o massimo
Analizzare Esaminare la situazione fisica proposta formulando le ipotesi esplicative attraverso modelli o analogie o leggi.	L1	Esamina la situazione fisica proposta in modo superficiale e/o frammentario formulando ipotesi esplicative non adeguate senza riconoscere modelli o analogie o leggi	0 - 5	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Individua l'applicazione dell'induzione elettromagnetica nel problema presentato. (1) ▪ Riconosce la legge di Lenz (1) ▪ Riconosce il significato dell'extracorrente di chiusura e la applica a circuiti RL. (1) ▪ Sa attribuire correttamente il significato fisico ai parametri A e b.(3) 	5
	L2	Esamina la situazione fisica proposta in modo parziale formulando ipotesi esplicative non del tutto adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi non sempre appropriate	6 - 12		
	L3	Esamina la situazione fisica proposta in modo non del tutto completo formulando ipotesi esplicative complessivamente adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi generalmente appropriate	13 - 19		
	L4	Esamina correttamente la situazione fisica proposta in modo completo ed esauriente formulando ipotesi esplicative adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi appropriate	20 - 25		

<p>Sviluppare il processo risolutivo</p> <p>Formalizzare situazioni problematiche e applicare i concetti e i metodi matematici e gli strumenti disciplinari rilevanti per la loro risoluzione, eseguendo i calcoli necessari.</p>	L1	Formalizza situazioni problematiche e in modo superficiale e non applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la loro risoluzione	0 - 6	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Determina i valori numerici di A e b. (3) ▪ Determina il valor medio della corrente.(5) ▪ Determina la retta tangente di una funzione di un punto.(5) ▪ Calcola l'area della superficie. (6) 	6
	L2	Formalizza situazioni problematiche e in modo parziale e applica gli strumenti matematici e disciplinari in modo non sempre corretto per la loro risoluzione	7 - 15		
	L3	Formalizza situazioni problematiche e in modo non del tutto completo e applica gli strumenti matematici e disciplinari generalmente corretto per la loro risoluzione	16 - 24		
	L4	Formalizza situazioni problematiche e in modo completo e applica gli strumenti matematici e disciplinari corretti per la loro risoluzione	25 - 30		
<p>Interpretare, rappresentare, elaborare i dati</p> <p>Interpretare e/o elaborare i dati proposti e/o ricavati, anche di natura sperimentale, verificandone la pertinenza al</p>	L1	Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo superficiale non verificandone la pertinenza al modello scelto	0 - 5	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sceglie la funzione corretta.(2) ▪ Utilizza correttamente le trasformazioni geometriche per la rielaborazione grafica.(4) ▪ Utilizza il teorema della media.(5) ▪ Sa riconoscere l'energia immagazzinata nell'induttanza. (6) 	5
	L2	Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo parziale verificandone la pertinenza al modello	6 - 12		

<p>modello scelto. Rappresentare e collegare i dati adoperando i necessari codici grafico-simbolici.</p>		<p>scelto in modo non sempre corretto</p>			
	L3	<p>Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo quasi completo verificandone la pertinenza al modello scelto in modo quasi corretto</p>	13 - 19		
	L4	<p>Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo completo verificandone la pertinenza al modello scelto in modo corretto</p>	20 - 25		
<p>Argomentare</p> <p>Descrivere il processo risolutivo adottato, la strategia risolutiva e i passaggi fondamentali. Comunicare i risultati ottenuti valutandone la coerenza con la situazione problematica proposta.</p>	L1	<p>Descrive il processo risolutivo adottato in modo superficiale e comunica con un linguaggio specifico non appropriato i risultati ottenuti non valutando la coerenza con la situazione problematica proposta</p>	0 - 4	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Motiva i risultati dell'esperimento (1) ▪ Descrive il fenomeno speculare dell'extracorrente di apertura. (1)- (6) ▪ Motiva la scelta della funzione (2) ▪ Motiva l'attribuzione del significato fisico alla quantità $\varepsilon \cdot S$ (6) 	4
	L2	<p>Descrive il processo risolutivo adottato in modo parziale e comunica con un linguaggio specifico non sempre appropriato i risultati ottenuti valutandone solo in parte la coerenza con la situazione problematica proposta</p>	5 - 10		
	L3	<p>Descrive il processo risolutivo adottato in modo quasi completo e comunica con un linguaggio specifico quasi appropriato i</p>	11 - 16		

		risultati ottenuti valutandone nel complesso la coerenza con la situazione problematica proposta			
	L4	Descrive il processo risolutivo adottato in modo completo e comunica con un linguaggio specifico appropriato i risultati ottenuti e ne valuta la coerenza con la situazione problematica proposta in modo corretto	17 - 20		
TOTALE					