

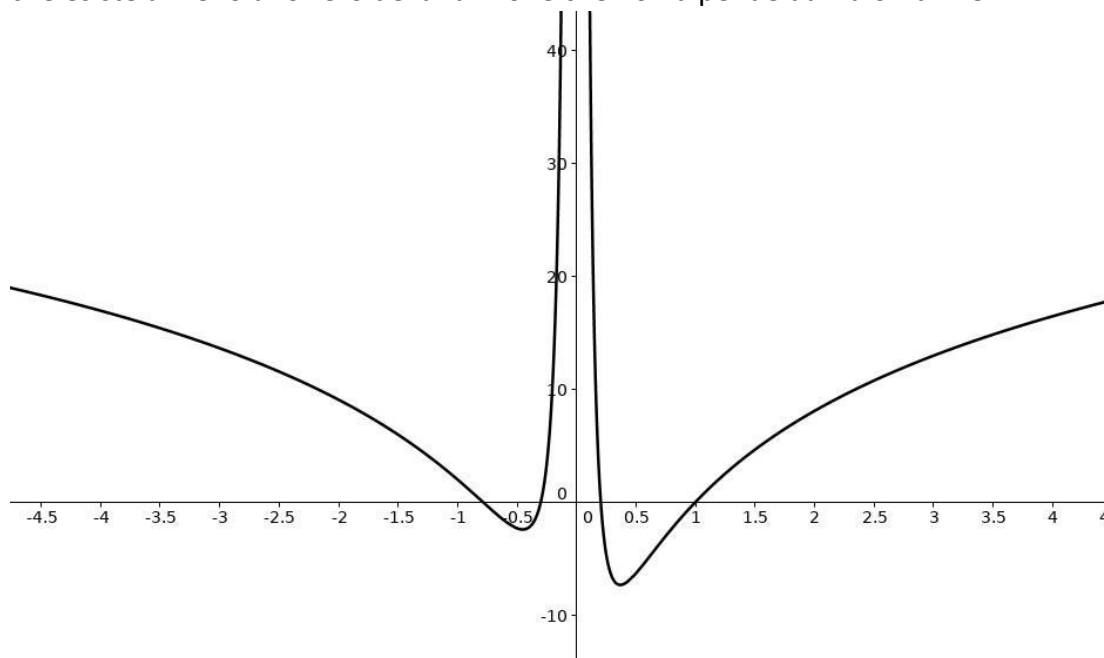
Gruppo 2 – Problema 1a

Curve, roller coaster e potenziale

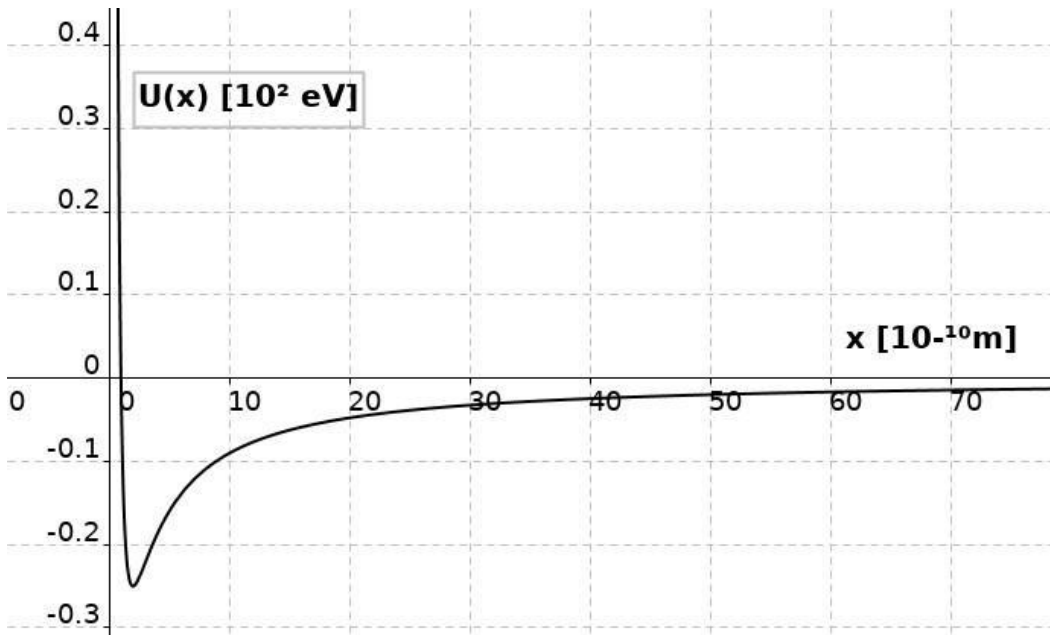
In occasione di una visita presso l'università, durante un open day, osservi una lavagna e la tua attenzione si focalizza su due grafici e una funzione. In particolare, ricordi di aver incontrato uno dei due grafici sul tuo testo di fisica. Fotografi la lavagna per poterci lavorare.

La funzione fotografata è $f(x) = \frac{(1-x)}{x^2} + k \ln(x)^h$, con h numero reale ≥ 0 .

1. Individua il dominio della funzione, i punti stazionari e caratterizza la loro natura. Mostra che esiste almeno uno zero della funzione che non dipende dai valori di h e k .



2. In figura è dato il grafico di $f(x)$ per un certo valore di h e di k . Traccia un grafico qualitativo della sua derivata $f'(x)$, mettendo in evidenza le correlazioni tra i due grafici.
3. Determina per quali valori di h o k è verificata l'uguaglianza: $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2} - \ln 2$
Immaginiamo ora che una particella si muova sull'asse x e che la funzione del grafico sopra riportato rappresenti la sua energia potenziale.
4. Individua la grandezza fisica rappresentata analiticamente dalla derivata $f'(x)$, interpretando fisicamente le caratteristiche peculiari del grafico di tale derivata.



In figura è dato il grafico della funzione $U(x) = \frac{(1-x)}{x^2}$, ottenuto dalla $f(x)$ per $k=0$ e $x>0$. Questo grafico rappresenta, a meno di costanti moltiplicative con dimensioni opportune, l'energia potenziale per una particella in funzione della sua posizione sull'asse x .

5. Ricordando le relazioni tra energia cinetica, potenziale e totale per un sistema conservativo, ricava dal grafico informazioni riguardo le possibili posizioni di una particella che ha una energia totale $E = -10 \text{ eV}$, dandone motivazione. Individua le condizioni energetiche che permettono alla particella di allontanarsi indefinitamente. Una particella la cui energia potenziale è quella in figura può possedere un'energia totale $E = -30 \text{ eV}$?
6. Descrivi un possibile sistema fisico compatibile con questo tipo di energia potenziale.

Nota: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Soluzione

1. Il dominio è: $D = (0, +\infty)$ se h è dispari, $x \neq 0$ se h è pari;
i punti stazionari si ottengono a partire dalla derivata prima della funzione $f(x)$:

$$f'(x) = \frac{x-2}{x^3} + \frac{hk}{x}$$

$$f'(x) \geq 0 \rightarrow \frac{hkx^2 + x - 2}{x^3} \geq 0 \text{ se } hk = 0 \text{ allora } x \geq 2,$$

se $hk \neq 0$ e h pari $f'(x) \leq 0$ $(-\infty, x_1] \cup (0, x_2]$ $f'(x) \geq 0$

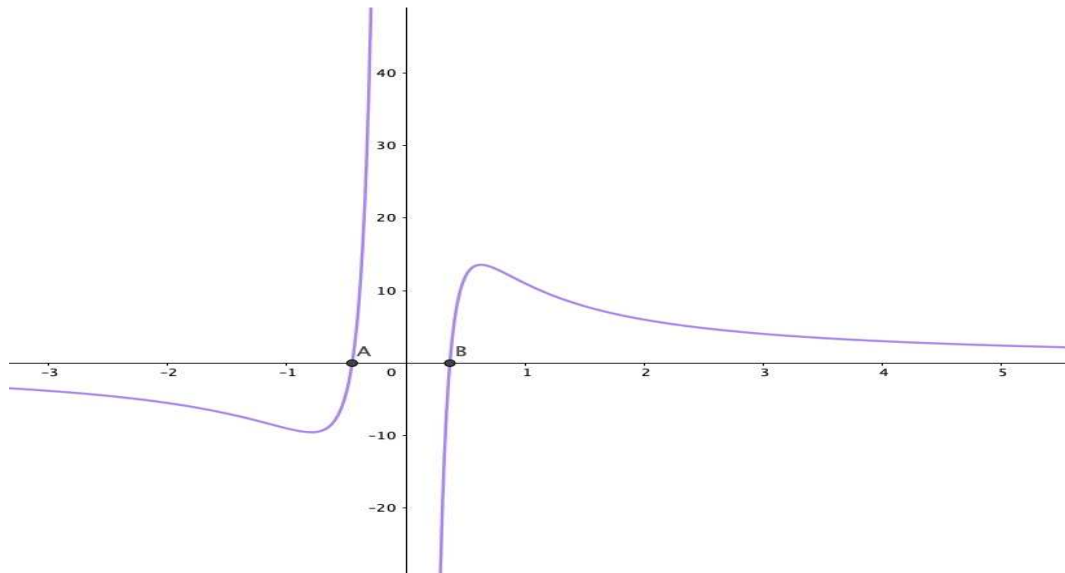
se $hk \neq 0$ e h dispari $f'(x) \leq 0$ $(0, x_2]$ $f'(x) \geq 0$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+8hk}}{2hk} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1+8hk}}{2hk}$$

x_1 e x_2 minimi.

$x = 1$ è uno zero per ogni valore di h e k .

2.



3. $\int_1^2 f(x) dx = hk(2\ln 2 - 1) + \frac{1}{2} - \ln 2 = \frac{1}{2} - \ln 2$ se h o k sono nulli
4. Se $U(x)$ rappresenta la energia potenziale per un campo di forza conservativa in funzione della posizione, allora la sua derivata rispetto alla posizione x rappresenta la forza.
Dal grafico della derivata possiamo ricavare le seguenti informazioni:
- per $x \rightarrow \pm\infty$ la forza tende a diventare nulla;
 - nei due punti di minimo dell'energia potenziale la forza è nulla;
 - avvicinandosi all'origine la forza tende all'infinito.
 -
5. L'energia totale per questo sistema è pari alla somma dell'energia potenziale ed energia cinetica: $E=U+K$.

- La particella è confinata nella regione in cui l'energia cinetica è non negativa: l'intervallo è quello delimitato dai punti in cui una retta che rappresenta l'energia data di -10 eV incontra la curva di energia potenziale.
- per poter sfuggire al campo di forze l'energia totale deve essere maggiore di 0 eV
- no, perché non può possedere energia cinetica negativa
-

6. esempi:

- Interazione tra cariche
- Interazione gravitazionale

| Indicatori | Livello | Descrittori | Punti | Evidenze | Punteggi o massimo |
|--|---------|---|----------------|--|--------------------|
| Analizzare Esaminare la situazione fisica proposta formulando le ipotesi esplicative attraverso modelli o analogie o leggi. | L1 | Esamina la situazione fisica proposta in modo superficiale e/o frammentario formulando ipotesi esplicative non adeguate senza riconoscere modelli o analogie o leggi | 0 - 5 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Individua la relazione tra la derivata dell'energia potenziale e la forza. (4) ▪ Riconosce la relazione tra i diversi tipi di energia, che l'energia cinetica è definita positiva (5) ▪ fornisce uno più modelli compatibili con la curva di energia potenziale proposta (6) | 5 |
| | L2 | Esamina la situazione fisica proposta in modo parziale formulando ipotesi esplicative non del tutto adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi non sempre appropriate | 6 - 12 | | |
| | L3 | Esamina la situazione fisica proposta in modo quasi completo formulando ipotesi esplicative complessivamente adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi generalmente appropriate | 13 - 19 | | |
| | L4 | Esamina criticamente la situazione fisica proposta in modo completo ed esauriente formulando ipotesi esplicative adeguate e riconoscendo modelli o analogie o leggi appropriati | 20 - 25 | | |
| Sviluppare il processo risolutivo Formalizzare situazioni problematiche e applicare i concetti e i metodi matematici e gli strumenti | L1 | Formalizza situazioni problematiche in modo superficiale e non applica gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la loro risoluzione | 0 - 6 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Calcola il dominio e i punti stazionari, determinandone la natura. Dimostra l'indipendenza di uno zero della funzione dai parametri (1) ▪ traccia il grafico richiesto in modo | 6 |
| | L2 | Formalizza situazioni problematiche in modo parziale e applica gli strumenti matematici e disciplinari in modo non sempre corretto per la loro risoluzione | 7 - 15 | | |

| | | | | | |
|--|----|--|----------------|---|----------|
| disciplinari rilevanti per la loro risoluzione, eseguendo i calcoli necessari. | L3 | Formalizza situazioni problematiche in modo quasi completo e applica gli strumenti matematici e disciplinari generalmente corretto per la loro risoluzione | 16 - 24 | <ul style="list-style-type: none"> che contenga gli zeri, l'andamento all'infinito e in prossimità dell'origine (2) ▪ calcola l'integrale determina i parametri richiesti (3) ▪ ricava per via grafica o analitica l'intervallo e i livelli di energia richiesti (5) | |
| | L4 | Formalizza situazioni problematiche in modo completo ed esauriente e applica gli strumenti matematici e disciplinari corretti ed ottimali per la loro risoluzione | 25 - 30 | | |
| <p>Interpretare, rappresentare, elaborare i dati</p> <p>Interpretare e/o elaborare i dati proposti e/o ricavati, anche di natura sperimentale, verificandone la pertinenza al modello scelto. Rappresentare e collegare i dati adoperando i necessari codici grafico-simbolici.</p> | L1 | Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo superficiale non verificandone la pertinenza al modello scelto | 0 - 5 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpreta le caratteristiche del grafico della derivata, individuando i punti o gli intervalli in cui la forza è nulla, massima, costante (4) ▪ Mette in evidenza le correlazioni tra i due grafici (2) | 5 |
| | L2 | Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo parziale verificandone la pertinenza al modello scelto in modo non sempre corretto | 6 - 12 | | |
| | L3 | Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo completo verificandone la pertinenza al modello scelto in modo corretto | 13 - 19 | | |
| | L4 | Interpreta e/o elabora i dati proposti, anche di natura sperimentale, in modo completo ed esauriente verificandone la pertinenza al modello scelto in modo corretto ed ottimale | 20 - 25 | | |
| <p>Argomentare</p> <p>Descrivere il processo risolutivo adottato, la strategia</p> | L1 | Descrive il processo risolutivo adottato in modo superficiale e comunica con un linguaggio specifico non appropriato i risultati ottenuti non valutando la coerenza con la situazione problematica proposta | 0 - 4 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Argomenta il processo risolutivo in relazione alla individuazione del dominio e alla caratterizzazione | 4 |

| | | | | | |
|--|----|---|----------------|--|--|
| risolutiva e i passaggi fondamentali. Comunicare i risultati ottenuti valutandone la coerenza con la situazione problematica proposta. | L2 | Descrive il processo risolutivo adottato in modo parziale e comunica con un linguaggio specifico non sempre appropriato i risultati ottenuti valutandone solo in parte la coerenza con la situazione problematica proposta | 5 - 10 | dei punti stazionari (1) | |
| | L3 | Descrive il processo risolutivo adottato in modo completo e comunica con un linguaggio specifico appropriato i risultati ottenuti valutandone nel complesso la coerenza con la situazione problematica proposta | 11 - 16 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Argomenta le scelte fatte nel grafico di $f'(x)$ e nella correlazione tra i due grafici (2) ▪ fornisce giustificazione dei risultati ottenuti (5) ▪ valuta la coerenza con i modelli scelti (6) | |
| | L4 | Descrive il processo risolutivo adottato in modo completo ed esauriente e comunica con un linguaggio specifico appropriato i risultati ottenuti e ne valuta la coerenza con la situazione problematica proposta in modo ottimale | 17 - 20 | | |
| TOTALE | | | | | |

| Punto | Analizzare | Sviluppare | Interpretare | Argomentare |
|-------|------------|------------|--------------|-------------|
| 1 | | x | | x |
| 2 | x | | x | x |
| 3 | | x | | |
| 4 | x | | x | x |
| 5 | x | x | x | x |
| 6 | x | | x | x |