



Errori di lettura: esplorando tra le "tacche".

Carlo Meneghini

Strumentazione:

- Stampe allegate
- Fogli elettronici

Introduzione

Nel riportare la misura di una grandezza fisica è obbligatorio riportare l'errore di misura, esso ci fornisce indicazioni riguardo alla qualità della misura. Senza queste informazioni i risultati di una misura non possono essere né confrontati tra loro né confrontati con riferimenti o standard [GUM]. Sono diversi i fattori che influenzano accuratezza e precisione di una misura, qui ci occupiamo di errori di lettura e, in particolare, di errori di lettura nel caso di strumenti analogici (calibri, metri, orologi, scale graduate etc...).

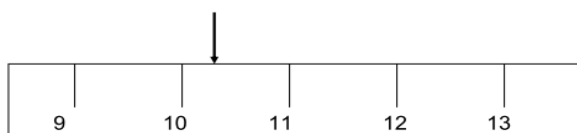


Figura 1: leggiamo la posizione del cursore in figura. Quale valore associare alla misura? Quale incertezza?

In molti testi si trovano forme alternative di un'affermazione del tipo: *in uno strumento analogico le divisioni della scala (volgarmente tacche) definiscono un intervallo minimo al di sotto del quale non ha senso affinare la lettura. Indicando con Δx la misura corrispondente alla minima distanza tra due divisioni della scala, l'errore da associare alla lettura di un dato valore è quindi $\Delta x/2$.*

Avendo a che fare con scale molto fitte sembra un'affermazione abbastanza ragionevole, tuttavia non può essere presa come criterio assoluto. E' abbastanza evidente che la posizione del cursore è maggiore di 10.2 e minore di 10.4. Sappiamo leggere meglio? Che valori abbiamo scritto?

1. Che ore sono?

Consideriamo i quattro orologi di figura 2. Che ora segnano le lancette dei minuti? con quale *incertezza*? Sicuramente non assegneremmo un errore di 12.5 min (mezza divisione)... quindi? Cominciamo a leggere i minuti con la precisione che riteniamo giusta, approssimando la lettura al minuto e prepariamo una tabella come quella mostrata in figura 3

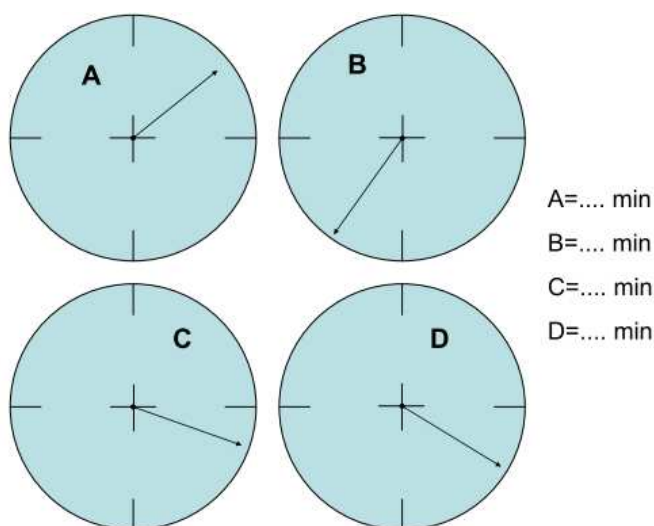


Figura 2: Leggiamo l'ora indicata dai 4 orologi e registriamo i valori in una tabella come in figura 3

n.	studente	Orologi			
		A[min]	B[min]	C[min]	D[min]
1	Andrea	8	37	18	21
2	Barbara	9	35	18	19
3	Carlo	8	37	20	23

Figura 3: esempi di letture degli orologi in figura 2

Per stabilire l'incertezza (o errore) dobbiamo confrontare i valori letti con i valori veri, io li so perché ho preparato le figure ma potremmo usare un goniometro come in figura 4

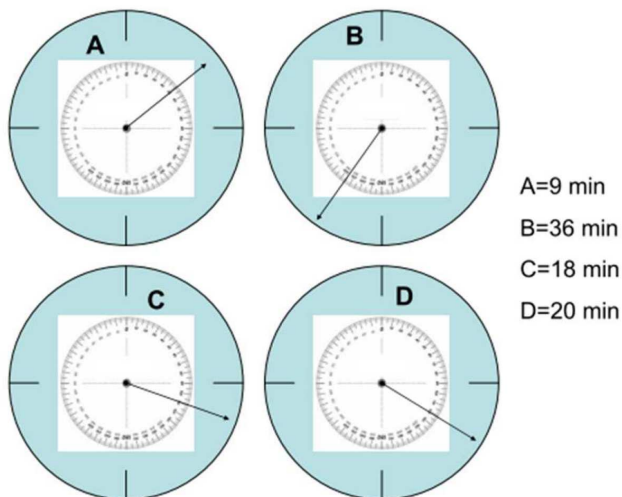


Figura 4: Valori veri delle ore segnate dai 4 orologi

lo scarto Δ è la differenza tra valore vero e valore osservato: $\Delta = x_{\text{oss}} - x_{\text{vero}}$

l'errore (o incertezza) di lettura è definito (vedi GUM) la *deviazione standard della distribuzione del quadrato degli scarti*:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta_i^2}{N}}$$

Possiamo quindi calcolare l'errore di lettura di ciascuno studente:

	Orologi				Scarti ² = (osservato-vero) ²			
	A[min]	B[min]	C[min]	D[min]	A[min]	B[min]	C[min]	D[min]
Valori veri:	9	36	18	20				
studente	A[min]	B[min]	C[min]	D[min]				
Andrea	1	-1	0	-1	1	1	0	1
Barbara	0	1	0	1	0	1	0	1
Carlo	1	-1	-2	-3	1	1	4	9

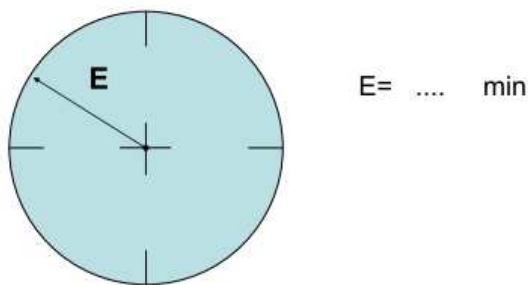
Errore di lettura medio dello studente s[min]	
Andrea	0.87
Barbara	0.71
Carlo	1.94

Figura 5: stima dell'errore di lettura

Questi valori rappresentano una *stima dell'errore* che Andrea, Barbara o Carlo fanno leggendo un orologio come quelli sopra. Osserviamo che **l'errore di lettura dipende da chi legge** (ci vede meglio o peggio, è abituato a leggere un orologio analogico o no etc...).

Se ora i tre studenti leggono un orologio come quello in figura 6, quale incertezza associare alle letture? di chi ci fidiamo di più? Possiamo usare i valori precedenti la migliore *stima dell'errore di lettura* che essi fanno leggendo un altro orologio come quello in figura 3.

figura 6: che ore sono? Quale è l'errore?



2: Definizione di errore nelle direttive internazionali (BIPM)

Il Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) è l'organismo preposto ad assicurare l'uniformità delle misure in ambito internazionale: *the task of the BIPM is to ensure world-wide uniformity of measurements and their traceability to the International System of Units (SI).*

Il [BIPM](#), tra le sue attività, ha stabilito le linee generali per valutare ed esprimere l'errore di misura, che sono pubblicate nella guida [GUM](#) (*Evaluation of measurement data, Guide to the expression of Uncertainty in Measurement*) che stabilisce criteri univoci per riportare e comparare misure e risultati sperimentali.

Per i nostri scopi possiamo fermarci all'introduzione della [GUM](#). Qui si stabiliscono alcuni punti importanti:

1. gli errori di misura si dividono in:
 - errori di tipo A: sono quelli che possono essere valutati utilizzando un metodo statistico
 - errori di tipo B: sono quelli che vengono valutati in altro modo.A questo proposito si sottolinea la necessità di superare la distinzione tra errori casuali e sistematici, anzi, nella guida GUM è definito fuorviante e da evitare il termine: "errore sistematico".
2. Per quantificare gli errori di tipo A (di solito si indicano con σ) si usa la [deviazione standard](#) della distribuzione dei risultati di una stessa misura (tralasciamo qui problemi di propagazione degli errori e misure indirette).
3. Per quantificare gli errori di tipo B si usa una *stima di quella che ci si aspetta sia la deviazione standard dei dati* (di solito si indica con u). Qui le cose sono più difficili da formalizzare ma la definizione data nella GUM è abbastanza intuitiva: la stima dell'errore di tipo B deve essere fatta utilizzando tutte le informazioni a disposizione del ricercatore, tra queste la propria esperienza, la confidenza con lo strumento, le proprie capacità, misure precedenti

effettuate con lo stesso strumento, conoscenza del fenomeno in esame, etc... (per una discussione si vedano anche le dispense del corso del Prof. G. D'Agostino)

Vi ricordate l'affermazione: *l'errore di lettura dipende da chi legge?* Ebbene sì: l'errore di lettura è un errore di tipo B e dipende dalla sensibilità, esperienza e confidenza con la misura e lo strumento di colui che legge!

Non è un caso che l'errore di lettura su un orologio sia relativamente piccolo: molti di noi sono abituati fin da piccoli a leggere l'ora: provate a leggere uno strumento con scala logaritmica, i risultati saranno certamente diversi! (probabilmente anche chiedendo di stabilire i gradi delle lancette degli orologi darà una maggiore dispersione dei risultati).

3. Stima dell'errore di lettura su una scala graduata

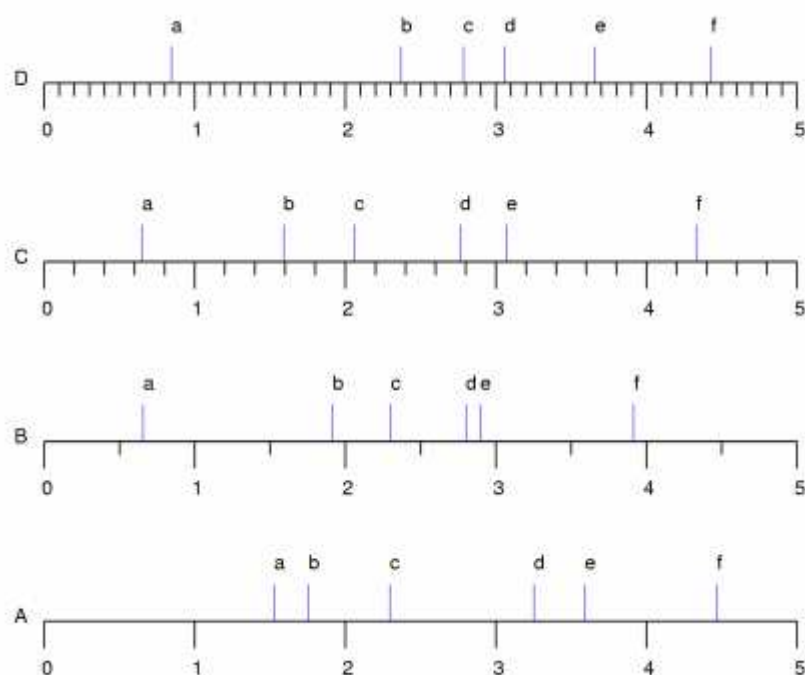


Figura 7: Sappiamo leggere le scale graduate?

Possiamo usare i righelli di figura 4 per capire quanto siamo bravi a leggere le scale graduate. Scegliete una scala, leggete con la migliore precisione possibile la posizione dei righelli e calcolate il vostro *errore di lettura* corrispondente. Per semplificare i calcoli possiamo usare i fogli elettronici corrispondenti:

righelliA.xls, righelliB.xls, righelliC.xls, righelliD.xls

		Righello A scala $\Delta x=1$					
n.	studente	a	b	c	d	e	f
1	Andrea	1.5	1.75	2.15	3.15	3.55	4.45
2	Barbara						
3	Carlo						

Valori veri: 1.5295395 1.7565646 2.2959144 3.2525098 3.5920581 4.4686831							
Scarti (osservato-vero)							
n.	studente	Δa	Δb	Δc	Δd	Δe	Δf
1	Andrea	0.02954	0.00656	0.14591	0.10251	0.04206	0.01868
$\text{Scarti}^2 = (\text{osservato-vero})^2$							
$\Delta^2 a$	$\Delta^2 b$	$\Delta^2 c$	$\Delta^2 d$	$\Delta^2 e$	$\Delta^2 f$		
0.000873	4.31E-05	0.021291	0.010508	0.001769	0.000349		

Errore di lettura medio dello studente	
	σ
Andrea	0.09

Conclusioni:

~~in uno strumento analogico le divisioni della scala (volgarmente tacche) definiscono un intervallo minimo al di sotto del quale non ha senso affinare la lettura. Indicando con Δx la misura corrispondente alla minima distanza tra due divisioni della scala, l'errore da associare alla lettura di un dato valore è quindi $\Delta x/2$.~~

- L'errore di lettura dipende da chi legge,
- è molto minore della mezza divisione!

Il presente materiale è estratto dall'articolo FIS-61(C. Meneghini) pubblicato sulla piattaforma LS-OSA. L'utente si impegna a rispettare le clausole specificate nella sezione *Termini E Condizioni* della piattaforma LS-OSA. In particolare le

Condizioni di utilizzo da parte degli utenti:

L'Utente è consapevole di poter utilizzare il materiale unicamente per scopi didattici. La vendita, la concessione in licenza, la distribuzione e, la riproduzione parziale o totale dei materiali pubblicati senza l'espressa e preventiva autorizzazione dell'Autore e/o Dipartimento di Scienze, comporta la violazione della legge sul diritto d'autore.